

Outils de mesure de relations à long terme, la co-intégration offre une réelle valeur ajoutée en matière de gestion d'actifs, comparativement à la corrélation qui évalue le court terme.

Gestion des actifs: les atouts de la **co-intégration**



Prédire les prix des instruments financiers ou leurs systèmes de prix relève de la gageure. En revanche, il est démontré que des prix co-intégrés sont prédisposés à évoluer sur le long terme de manière similaire, quel que soit le scénario économique.

ABDU BENHEDDI



Depuis 1987, le concept de co-intégration a connu une utilisation féconde en macroéconomie. Cependant, son application à la gestion de portefeuille reste embryonnaire. Dans ce domaine, le standard demeure l'analyse de la corrélation des rendements. Toutefois, la corrélation de base, dite

inconditionnelle, pêche par son instabilité, ce qui réduit son efficacité. C'est pourquoi, des améliorations sont recherchées, notamment dans les corrélations conditionnelles, les corrélations obtenues à partir de coefficients de régression «dynamiques» ou encore, précisément, dans la co-intégration. L'article présente quelques avantages liés à l'application de cette dernière technique dans la gestion d'actifs.

La co-intégration, comme la corrélation, cherche à établir des liaisons entre deux ou plusieurs séries temporelles. Un ensemble de prix d'actifs, par exemple, est dit co-intégré si une relation à long terme existe entre ces prix, sachant que des déviations momentanées ne sont pas exclues.

La co-intégration a été judicieusement appliquée à l'étude de divers thèmes financiers: la relation spot/futures, les structures par terme des taux

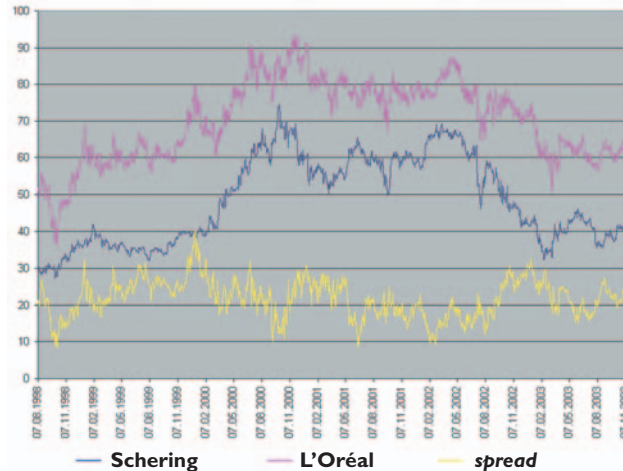
Abdu Benheddi

Associé, cofondateur de Dynagest, il contribue au développement de la société en tant que conseiller en techniques d'optimisation. Il est chargé de cours en techniques quantitatives auprès de l'Université Lumière, Lyon II.

En matière de couverture des risques, la co-intégration offre des perspectives particulièrement intéressantes, car elle permet une réduction de la volatilité du différentiel de rendement.

Exemple de co-intégration de deux titres sur une période de cinq ans

Des tendances similaires se traduisent par un *spread* stationnaire caractérisé par un retour à la moyenne de long terme.



d'intérêt, l'intégration des places financières ou le comouvement de certains titres afin de s'assurer la pérennité de l'opportunité de la diversification. Elle ouvre aussi de nouvelles perspectives dans le domaine de la gestion du risque de crédit.

Faible volatilité des portefeuilles

En matière d'allocation d'actifs, A. Lucas a montré en 1997 (voir réf. 1) la vraie valeur-ajoutée de cette technique. Son travail a mis en évidence la volatilité faible des portefeuilles construits sur la base de titres co-intégrés, confortant ainsi un investisseur anxieux face au risque. Quant à l'application de la co-intégration dans la gestion de fonds de placement, elle a plus spécifiquement été étudiée, dès 1999 (voir réf. 2). Si la co-intégration s'apparente à la corrélation, elle s'en

distingue néanmoins sur plusieurs points. Un exemple concret permet de mieux apprécier ceci. Le graphique ci-dessus décrit le cas de deux séries, en l'occurrence les cours de l'action Schering et ceux de l'action L'Oréal.

On constate que leur écart (*spread*) reste relativement stable tout au long de la période considérée: la série temporelle représentative de leur écart est stationnaire. Elle oscille autour d'une ligne constante de valeur 20, moyenne de long terme, et reste confinée à une étendue limitée autour de cette moyenne. En revanche, observées individuellement, les séries en question s'avèrent non stationnaires; leurs moyennes et leurs variances ne sont pas stables au cours du temps.

Cette instabilité fausse les estimations basées sur les techniques classiques com-

me la régression/corrélation. Pour pallier ce problème, l'usage de séries rendues stationnaires, par différenciation entre observations successives, s'est imposé. Malheureusement, le recours à ce processus de différenciation entraîne manifestement une perte d'information.

Tel n'est pas le cas si l'on applique la technique de la co-intégration dont un des atouts majeurs est précisément de conserver l'intégralité de l'information.

Couverture implicite des sources de risque

Parmi les séries financières notoirement co-intégrées, il faut citer le prix au comptant et le prix à terme d'un instrument financier. Si cette relation de co-intégration «naturelle» justifie la couverture d'un portefeuille représentatif d'un marché par des futures, d'autres méthodes peuvent être utilisées.

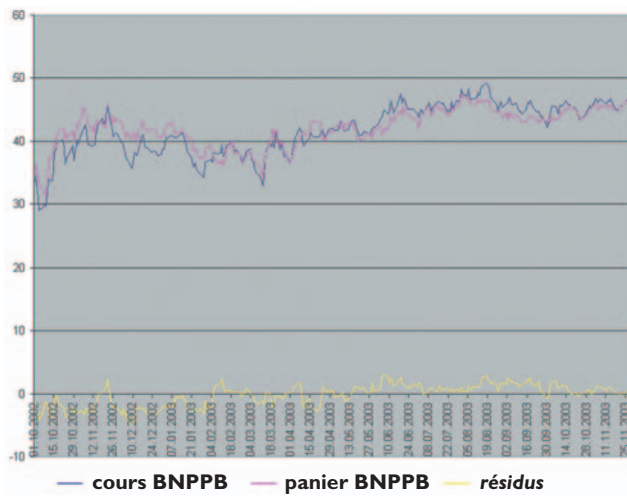
Ainsi, une couverture plus performante au niveau d'une action ou d'un portefeuille d'actions, voire une réplique d'indice, peut recourir à des modèles multifactoriels. Dans ces approches, les rendements des titres sont sensés réagir à des facteurs de risque de marché et de risque spécifique. On s'attache alors à trouver des approximations aux facteurs de risque du marché en termes de grandeurs macroéconomiques ou de facteurs issus de la modélisation statistique.

La co-intégration permet donc une couverture implicite des sources communes de risque, dès lors qu'il y a des combinaisons appropriées de

Les relations à long terme mises en évidence par les outils de la co-intégration entre divers actifs financiers permettent d'éviter des ajustements de portefeuille fréquents et donc onéreux.

Couverture d'un titre recourant à un panier co-intégré (1998-2002)

Hors échantillon, on constate une relation parfaitement stable entre le titre et le panier, ce qui se traduit par une erreur de suivi qui est stationnaire et de faible volatilité.



titres. Ajoutons que s'il est possible d'identifier un panier de titres co-intégrés à une action-cible, on peut envisager un portefeuille couvert constitué d'une position longue dans l'action et d'une position courte sur le panier. Le panier constituant une couverture performante, le différentiel entre les prix du panier et le cours de l'action aura une volatilité faible et il restera proche de zéro.

Le graphique ci-dessus illustre l'efficacité d'une couverture hors échantillon pour un panier co-intégré au cours de l'action BNP Paribas. Dans cet exemple, un panier de titres co-intégrés à cette action a été identifié pour la période 1998-2002. Ce graphique permet de vérifier l'évolution des deux séries sur une période subséquente. Soulignons que l'application de cette méthode à un échantillon d'actions autorise une amélioration signifi-

cative de la performance en termes de réduction de la volatilité par rapport à une couverture basée sur une approximation du marché et ce, dans 55% des cas.

L'impact positif en matière indicielle

La pertinence de la gestion indicielle, notamment pour l'investisseur institutionnel ou l'investisseur qui a un horizon moyen/long terme, n'est plus à démontrer (voir réf. 3). Cette technique de gestion peut, elle aussi, tirer parti des relations à long terme mises en évidence par les outils de la co-intégration. Comme un indice boursier est par construction une combinaison linéaire de ses composants, des sous-ensembles d'actions qui lui sont co-intégrés devraient être aisément identifiables, dans la mesure où les poids dans l'indice sont relativement stables.

A la base, cette stratégie vise à construire un portefeuille qui réplique un indice. Si la démarche conduisant à la détermination d'un panier est similaire à celle décrite ci-dessus, la cible et l'objectif sont différents: il s'agit d'un indice et il faut être long du panier identifié. Ce portefeuille, composé d'un petit nombre d'actions, évoluera de manière concomitante au marché. La méthode peut s'appliquer soit à l'indice tel quel, soit à l'indice augmenté d'une prime. On parle alors de gestion indicielle à rendements rehaussés. Ainsi, quel que soit l'indice à répliquer, l'allocation optimale utilise la même méthode. Qui plus est, elle est guidée par les mêmes critères. Le critère principal dans le cadre de la co-intégration est la maximisation de la stationnarité de l'erreur de suivi. La priorité donnée à ce critère distingue cette méthode de l'approche moyenne-variance où, en dépit de l'efficacité des portefeuilles, l'erreur de suivi peut s'avérer non stationnaire et de ce fait nécessiter des ajustements fréquents du portefeuille.

Co-intégration et stratégies d'arbitrage

La capacité qu'offre la co-intégration de répliquer des actifs-cibles, voire des indices synthétiques, peut être exploitée pour élaborer des stratégies d'arbitrage. L'une d'elle consiste en une généralisation de la stratégie dite des *pairs trading* qui cherche à combiner une position longue dans un titre sous-évalué et une position courte dans un titre similaire

RÉFÉRENCES

- **A. Lucas (1)**
«Strategic and tactical asset allocation and the effect of long-run equilibrium relations», *Research Memorandum 1997-42*, Vrije Universiteit Amsterdam.
- **C. O. Alexander (2)**
«Optimal hedging using cointegration» in *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. A. 357, pp. 2039-2058, London, August 1999.
- **C. Cornioley (3)**
«La dynamique interne de la gestion indicielle», *L'Agefi, Haute Finance*, supplément au no 120, juin 2000.

La co-intégration a trouvé sa place aux côtés de la corrélation qu'elle complète en lui adjoignant un cadre d'analyse des tendances régissant l'évolution des marchés à long terme.

A SAVOIR

• Prix Nobel 2003

C. W. J. Granger et R. F. Engle ont donné à la co-intégration un nouvel élan. De leur collaboration est née la première formalisation opérationnelle de la co-intégration.

surévalué. La difficulté réside dans l'identification de paires adéquates.

La détermination d'une relation de co-intégration entre un titre-cible et un panier d'actions offre de meilleures perspectives car, la nécessité de trouver la paire idéale est alors écartée. L'exemple du panier co-intégré BNP Paribas, évoqué au préalable dans cet article, permet d'entrevoir la mise en œuvre de cette stratégie.

Des stratégies long/short renouvelées

Une autre stratégie est fondée sur la réplication d'indices synthétiques. Arrêtons-nous quelques instants sur l'exemple suivant: deux indices artificiels I+ et I- sont construits en ajoutant ou en soustrayant un différentiel de rendement de x% à la série de rendements du *benchmark* original. Par la suite, deux portefeuilles L (long) et S (short) sont créés sur la base de régression de co-intégration avec respecti-

vement les indices I+ et I-. Dès lors, des stratégies long/short peuvent être mises en œuvre. L'idée étant d'être long du portefeuille L et short du portefeuille S, les poids des titres dans le portefeuille d'arbitrage A seront obtenus par le solde entre les poids des titres respectifs des deux portefeuilles L et S.

Ce type de stratégie devrait engendrer des rendements en fonction du spread «plus/moins» et avoir une volatilité faible. Du reste, les rendements du portefeuille d'arbitrage A devraient être faiblement corrélés à ceux du *benchmark* original. Ceci arrive lorsque les portefeuilles L et S sont des répliques adéquates de leur indice de référence. Cependant, le différentiel de rendement de x% doit être considéré avec retenue. En effet, si l'on cherche une relation entre un portefeuille et un indice augmenté d'un rendement de 50%, par exemple, la relation devient instable.

La période considérée dans cet article (1998-2002) est relativement courte et a été troublée sur les marchés des actions. Cependant, les résultats obtenus soutiennent à l'évidence l'utilisation de la co-intégration comme outil d'allocation d'actifs.

Les atouts indéniables de la co-intégration

Tout d'abord, les poids du portefeuille co-intégrant sont en principe déterminés sur la base d'un long historique de prix et d'une technique qui privilégie les tendances stables aux chocs transitoires. La stabilité d'une telle relation se traduit par des réajustements plus rares par rapport aux méthodes traditionnelles. Il n'en demeure pas moins que les déviations de court terme de l'erreur de suivi relativement au *benchmark* peuvent se produire. Mais ces décorrélations momentanées peuvent être une source de rendements en excès pour un portefeuille indicel.

En matière de couverture, la co-intégration est une alternative attractive car, pour chaque action, on recherche le panier co-intégré qui offre une véritable couverture sur mesure. Par ailleurs cette couverture peut être établie sans qu'il soit nécessaire d'estimer de manière explicite les facteurs de risque ou les sensibilités à ces facteurs. Ainsi, dans la boîte à outils du gestionnaire, la co-intégration a-t-elle trouvé sa place aux côtés de la corrélation qu'elle complète en lui adjoignant un cadre d'analyse des tendances régissant l'évolution des marchés à long terme. ■

Rechercher une relation de co-intégration

LES PRINCIPALES étapes de la formalisation telles que définies par Engle et Granger sont:

- ▶ s'assurer que les séries considérées sont non stationnaires;*
 - ▶ effectuer une régression entre les séries;
 - ▶ pour conclure à la co-intégration, vérifier que la série des termes résiduels** est stationnaire.

Dans les applications décrites ici, le processus d'allocation optimal est réalisé selon une série de régressions de co-intégration où le *benchmark* retenu correspond à la variable dépendante (Y) et où le panier répliquant correspond aux variables explicatives (X) d'une régression ordinaire, telle que l'équation suivante:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \dots + \beta_n X_{nt} + \varepsilon_t$$

Le portefeuille sélectionné est constitué du sous-ensemble de titres le plus co-intégré au *benchmark*. Les coefficients β sont ensuite normalisés pour obtenir les poids des titres dans le portefeuille.

Cette méthode est utilisable dans les cas où la variable dépendante est identifiable à l'avance, comme dans cet article. Si la variable dépendante n'est pas connue a priori, on recourt à la méthode de Johanson qui permet d'aborder la co-intégration dans un environnement à plusieurs variables. ■

* On recourt aux tests de racine unitaire dont le plus populaire est le test ADF.

** Des valeurs critiques différentes sont utilisées lorsque l'on teste des résidus.